日　時　令和２年６月５日（金）第２，４校時　　生　徒　３年Ｂ組　32 名，３年Ｃ組　34 名
授業場　３年Ｂ組，３年Ｃ組教室　　授業者　赤　本　純　基

１．単元名

１章　多項式

２．単元の目標

単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解について，数学的活動を通して，次の事項を身に付けることを目標とする。

(1) 数や図形の性質を証明するために，式の展開や因数分解を用いて式変形することができるよさを知り，分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，次の乗法公式を用いる式の展開や因数分解をすることができる。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(2) 既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法を考察し表現したり，文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明したりすることができる。

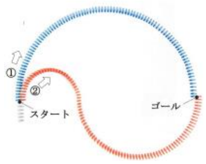
(3) 数や図形の性質を証明するために，式の展開や因数分解を用いて式変形しようとしたり，文字を用いた式を使った証明の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

３．評価規準

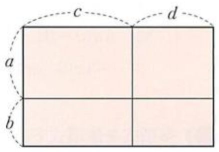
知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
ア　図形の性質を証明するために，式の展開を用いて式変形することができるよさを知る。 イ　単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすることができる。 ウ　一次式の乗法及び次の乗法公式を用いる式の展開や因数分解をすることができる。 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ エ　式の展開や因数分解の公式の有用性に気付く。	ア　既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法を考察し表現することができる。 イ　文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる。	ア　既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法について考えようとしている。 イ　分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解について学んだことを，新たな数や図形の性質の証明に生かそうとしたり，文字を用いた式を用いた証明の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

４．単元のデザイン（全 19 時間）

<table>
<tr><th rowspan="2">次</th><th rowspan="2">〇学習活動・学習内容</th><th rowspan="2">手立て</th><th colspan="3">評価の観点</th></tr>
<tr><th>知</th><th>思</th><th>態</th></tr>
<tr><td>1</td><td>〇文字を用いた式とその計算を利用することを通して，文字のよさを知る。

問題
右のように，ドミノを一定の間隔でたくさん並べます。最初のドミノを倒すと並べたドミノは，ほぼ一定の速さで次々と倒れていきます。
①と②のコースでは，どちらが先にゴールするだろうか。
</td><td rowspan="6">8
個人思考・集団思考において
〇　$(a+b-2)(a+b+2)$
$=(X-2)(X+2)$
この式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？
・a+b を X とおきかえた
・何のためにおきかえたのかな？
・公式４を使うためにおきかえた
〇続きはどのように考えればよいのかな？
・$(a+b-2)(a+b+2)$　a+b を X とおくと
$=(X-2)(X+2)$
展開する
$=X^2-4$
X に a+b をもどす
$=(a+b)^2-4=a^2+2ab+b^2-4$
〇前の時間とこの時間の 2 時間で取り扱った式の展開を見比べて，式を展開する方法の共通点は何だろうか。
・式の形に着目して，どの乗法公式が利用できるか考えた
・乗法公式が利用できるように，式の一部をほかの文字におきかえた
中略
〇　$2(x+5)^2-(x+3)(x-3)$
$=2(x^2+10x+25)-x^2-9$
$=2x^2+20x+50-x^2-9$
$=x^2+20x+41$
このように計算してよいのかな？
・おかしい</td><td>ア</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>〇単項式と多項式の乗法の計算や多項式を単項式でわる除法の計算をする。

問題
次の式は，どのように計算すればよいのだろうか。
(1)　$2a(3a-5b)$　(2)　$2x(x+3)+x(2-x)$
(3)　$(4xy^2+6x^2y)\div 2x$</td><td>イ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>〇式を展開することの意味を知り，多項式どうしの積を展開する。

問題
右の図の長方形の面積を表す式をかこう。
</td><td>ウ
記録</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>〇乗法公式１を見いだし，それを利用して式を展開する。

$(x+5)(x+2)$
$=x^2+2x+5x+10$
$=x^2\boxed{+7}x+10$

$(x+5)(x-2)$
$=x^2-2x+5x-10$
$=x^2\boxed{+3}x-10$

$(x-5)(x+2)$
$=x^2+2x-5x-10$
$=x^2\boxed{-3}x-10$

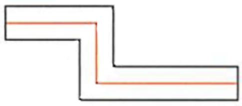
$(x-5)(x-2)$
$=x^2-2x-5x+10$
$=x^2\boxed{-5}x+10$

問題
□や○に入る数は，どのように決まるのだろうか。</td><td>ウ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>〇乗法公式２，３を見いだし，それを利用して式を展開する。

問題
一辺の長さが x m の正方形の花だんがある。この花だんの一辺の長さを２m ずつ長くしたとき，もとの花だんの面積よりどれだけ面積は大きくなるだろうか。</td><td>ウ</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>〇乗法公式４を見いだし，それを利用して式を展開する。
乗法公式１～４のつながりを振り返り，式の形に着目して，どの乗法公式を利用することができるか判断する。

問題
一辺の長さが x m の正方形の花だんがある。この花だんの縦の長さを２m 長く，横の長さを２m 短くしたとき，もとの花だんの面積と等しくなるだろうか。</td><td></td><td>ア</td><td></td></tr>
</table>

7	〇式の形に着目し，どの乗法公式を利用できるか予想し，乗法公式が利用できるように，式の単項式の部分をほかの文字におきかえて，（多項式）×（多項式）を展開する方法を説明する。 問題 $(2x+1)(2x+3)$　を展開しよう。	・どこがおかしいのかな？ ・展開した x^2-9 をひくのであるから，その式にかっこをつける		ア 記録	
8	〇式の形に着目し，どの乗法公式を利用できるか予想し，乗法公式が利用できるように，式の多項式の部分をほかの文字におきかえて，（多項式）×（多項式）を展開する方法を説明する。 （多項式）×（多項式）が組み合わさった式を展開する。 問題１ $(a+b-2)(a+b+2)$　を展開しよう。 問題２ $2(x+5)^2-(x+3)(x-3)$　を計算しよう。	〇「$=2(x^2+10x+25)-(x^2-9)$」と修正して，続きを計算しよう。　以降省略 16 個人思考・集団思考において 〇　$2n\times(2n+2)+1$ $=4n^2+4n+1$		ア	ア 記録
9	〇面積が x^2 や１の正方形や面積が x の長方形を使って，いろいろな面積の長方形をつくり，縦と横の長さがどんな式で表されるのか考えることを通して，式の展開とは逆に多項式をいくつかの式の積で表す。 問題 (1)から(4)の面積の長方形をつくるとき，縦と横の長さはどんな式で表されるだろうか。 (1)　x^2+2x　(2)　x^2+3x+2 (3)　x^2+4x+3　(4)　x^2+5x+6	と式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？ ・n を整数として，連続する２つの偶数は $2n$，$2n+2$ と表した ・「連続する２つの偶数の積に１を加える」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味している	ウ		
10	〇共通因数をくくり出し，式を因数分解する。 問題 x^2+2xy　を因数分解しよう。	・$2n(2n+2)+1$ を計算すると，$4n^2+4n+1$ になる	ウ		
11	〇乗法公式１を逆にみて，公式１’を見いだし，それを利用して式を因数分解する。 問題 $x^2+7x+12$　を因数分解しよう。	〇これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？	ウ		
12	〇乗法公式２～４を逆にみて，公式２’～４’を見いだし，それを利用して式を因数分解する。 〇式を因数分解するときに、どの公式を利用すればよいか判断する方法を説明する。 問題１ x^2+6x+9　を因数分解しよう。 問題２ x^2-25　を因数分解しよう。	・証明したいことが「奇数の２乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を(奇数)^2 という形の式に変形しなければいけない	ウ 記録		
13	〇式の形に着目し，どの因数分解の公式を利用できるか予想し，式を因数分解する方法を説明する。 問題１ $2x^2+4x-16$　を因数分解しよう。 問題２ 次の式を因数分解しよう。 (1)　$4x^2+4x+1$　(2)　$9x^2-4y^2$	・$4n^2+4n+1$ は $(2n+1)^2$ と因数分解できる ・$2n+1$ は奇数を表しているから，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる 以降省略		ア 記録	
14	〇式の形に着目し，どの因数分解の公式を利用できるか予想し，因数分解の公式が利用できるように，式の多項式の部分をほかの文字におきかえて，式を因数分解する方法を説明する。 問題 次の式を因数分解しよう。 (1)　$a(x+y)-b(x+y)$　(2)　$(x+y)^2+3(x+y)+2$	17 個人思考・集団思考において 〇$S=(2a+x)^2-x^2$		ア	ア 記録

15	◯式の展開や因数分解を使って，数の計算や式の値を求めることを通して、公式の有用性に気付く。 問題 102×98　を計算しよう。	$=4a^2+4ax$ と式を立てた生徒は，どのように考えたのかな？	エ		
16	◯連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数がどんな数になるのか予想し、それがいつでも成り立つことを証明する。 問題 … -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 … 1を加える 48 49　24 25　8 9　0 1　0 1　8 9　24 25　48 49 連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えると，どんな数になるだろうか。	・x^2 は白い部分の正方形の面積を表している ・$(2a+x)^2$ は何を表してるのかな ・$2a+x$ は大きな正方形の一辺を表している （同様に，$S=a(a+x)\times4$，$S=$		イ 記録	イ 記録
17	◯文字を用いた式を使って，幅が一定の図形の面積の性質を説明する。 問題 右の図のように，直角に曲がった道がある。幅は 2m で，真ん中を通る線の長さは 15m である。 この道の面積を求めよう。 	$\{x+(2a+x)\}\times a\times1/2\times4$ についても取り上げる） ◯変形した式を振り返って，道路のセンターラインの長さを ℓ として考えると，どんな新たな性質が見つかりそうかな？ ・$S=4a^2+4ax$ $=a\times(4a+4x)$ $=a\ell$　　　以降省略		イ 記録	イ 記録
18	◯章の問題				
19	◯単元末テスト		全	全	

5．本時案（17/18）

(1) 本時の目標

・連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数がどんな数になるのか予想し，それがいつでも成り立つことを証明することができる。

(2) 本時の展開

学習活動　児童・生徒の姿 ○教師の働きかけ・発問，△補助発問，□指示・説明　手立て	【　】評価の観点 ◇評価の内容，・指導上の留意点
1　問題の把握 問題　… -8　-6　-4　-2　0　2　4　6　8 … 1を加える　48→49　24→25　8→9　0→1　0→1　8→9　24→25　48→49 連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えると，どんな数になるだろうか。 ○予想しよう。 ❶奇数になる　❷ある数を 2 乗した数になる　❸奇数の 2 乗になる ❹連続する 2 つの偶数の間の奇数の 2 乗になる　など **2　課題の明確化** ○どこの連続する 2 つの偶数を選んでも，いつでも連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数は奇数の 2 乗(もしくは，連続する 2 つの偶数の間の奇数の 2 乗)になるのかな？ ・なるはず　・具体的ないくつかの数で調べてもなる ・すべての連続する 2 つの偶数について調べることはできない ・文字を使って説明すればよさそう 課題　いつでも「連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数は，奇数の 2 乗になる」ことは，どのように証明すればよいのかな？	・−8 から 8 までの偶数を並べて見せて，問題を提示する。 ・$2\times4+1=9=3^2$ $4\times6+1=25=5^2$ $6\times8+1=49=7^2$ と数字の式も見せて，命題を生徒につくらせるようにする。 ・❹は無理に取り上げない。 ・生徒にどの性質について学級全体で追究していくのか選択させる。 ・任意の 2 つの連続する偶数を設定したときだけではなく，どんな 2 つの連続する偶数を設定したときにも命題は成り立つのか考えさせる文脈をつくった上で，「どのように考えればよいのか」と問いかけ，解決の見通しをもたせる。
3　個人思考･集団思考 ・$2n\times(2n+2)+1=4n^2+4n+1$ ○この式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？ ・n を整数として，連続する 2 つの偶数は 2n，2n+2 と表した ・「連続する 2 つの偶数の積に 1 を加える」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味している ・$2n(2n+2)+1$ を計算すると，$4n^2+4n+1$ になる ○これで「いつでも『連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数は，奇数の 2 乗になる』こと」を証明したことになるのかな？ ・証明したいことが「奇数の 2 乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を$(奇数)^2$という形の式に変形しなければいけない ・$4n^2+4n+1$ は$(2n+1)^2$ と因数分解できる ・2n+1 は奇数を表しているから，連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数は，奇数の 2 乗になる	・「式に表したんだね」，「どのように計算できるのかな？」などとつぶやきながら机間指導する。 ・あえて，「$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1$」という式を取り上げて，「何を文字に置いたのか」，「続きはどのように考えればよいのか」について考えるように仕向けていく。 ・子供が停滞したときには，「最初にある数(奇数)の 2 乗になることは，数字の式でどのように表して確認したのかな？」と問いかけ，解消する。 ◇連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えた数は，奇数の 2 乗になる」ことを証明している。(行動観察) 【思考・判断・表現】
4　振り返り ○証明の$(2n+1)^2$ の部分に着目すると，2n+1 ってどこの数のことなのかな？ （どこの奇数でもよいのかな？） ・2n+1 は 2n，2n+2 の間の奇数だ ・連続する 2 つの偶数の間にある奇数の 2 乗になるといえる ○「問題」の「偶数」を「奇数」に変えたとしたら，連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えると，どんな数になると予想できるかな？	・❹の考えがすでに出ている場合は，「証明の$(2n+1)^2$ の部分に着目すると，『奇数の 2 乗になる』こと以外にどんなことが読み取れそうかな？」と問う。 ◇連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は，連続する 2 つの奇数の間の偶数を 2 乗した数になる」ことを証明している。(行動観察) 【思考・判断・表現】 ・レポート課題とする。

■算数・数学科におけるリーダーシップ・フォロワーシップの育成について

算数・数学科における Ls/Fs 育成のポイントは「問題解決力・社会的協働性」

＜算数・数学科で目指す子供の姿＞

「リーダーシップ・フォロワーシップ」の育成のため，算数・数学科においては今年度，「問題解決力・社会的協働性」の育成に焦点をあて，研究を進めていく。算数・数学科における「問題解決力・社会的協働性」とは，事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決するプロセスを遂行することを通して育成された，数学的に考える資質・能力と捉えた（文部科学省，2018）。

授業において「問題解決力・社会協働性」が最も表れる場面は，「集団思考」の場面である。このことについて，湊氏は次のように述べている。「知識は普遍的，客観的なものではなく主観的，個人的なものである。個人的知識を学級などにおいて練り合い，練り上げることは，社会的相互作用論によって支持されている。子どもの主体的活動のもとで知識は協働によって変容を遂げ，広い客観性を獲得する。練り合い，練り上げは知識の普遍化を達成する。練り合い，練り上げの活動を通して，個人で構成した知識の意味を明確化し，この知識と他の子どもが構成した知識との異同，自分の知識の特徴などが明確になる。（湊，1999　下線筆者）」このように，個人の資質・能力は，「集団思考」における対話的な学びによって確かなものとなるのである。

一人の子供の説明を他の子供がただ黙って聞いているのではなく，説明を聞いてどのように考えたのか読み取ろうとしなければ，「問題解決力・社会的協働性」は身に付かない。したがって，「集団思考」を通して，どの子供も自らの学習状況を把握し，学習の進め方について試行錯誤しながら，学ぼうとするように教師は働きかけを工夫しなければならないと考える。

本校算数・数学科における授業の指導過程
1　問題の把握
2　予想する
3　課題の明確化
個人思考・集団思考
4　課題を解決する
5　問題を解決する
6　練習をする
授業の流れは上の１～６を基本とするが，「いつでも」「必ず」というものではない。指導目標や問題，子供の実態などに応じて，柔軟に展開する。

算数・数学科における「目指す子供の姿」を実現するための手立て
①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する
②「個人思考」と「集団思考」を柔軟に設定する

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する

「問題解決力・社会協働性」育成の成否は，「よりよい考えに高める・本質を明らかにする」という対話的な学びを中心的に扱う「集団思考」にかかっている。そのためには，まず，子供に期待する反応や予想される反応をできうるかぎり想定する。そして，それらをどのような順番で取り上げて生かしていくか，精選された発問を用意し，その発問を提示するまでの計算された段取りを構想する（早勢，2020）。

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり，式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる

「個人思考」と「集団思考」を段階的にとらえず，「自分なりの考えを暫定的にもち，集団で考え合い，問いが生まれたときに，要所で立ち止まり，個人やペアで考え，また集団で練り合う」など，よりよい考えに高めたり，事柄の本質を明らかにしたりするように適切に働きかける。その際，意図的に誤答や途中までの考えを取り上げ，みんなで考え合うようにする。式や答えなど結果を先に取り上げ，過程を逆思考させることも考えられる。また，個人思考の時間に考えの一部を「部分提示」として板書させ，考えた子供と違う子供に「他者説明」させることが「集団思考」を充実する基本と考える（早勢，2020）。

引用・参考文献
・文部科学省，「学習指導要領（平成二十九年告示）解説　数学編」，日本文教出版，2018
・湊三郎，「練り合い，練り上げ，振り返る活動の意義　CREAR7 多様な考えを生かせる子ども」，ニチブン，1999，pp.229-234
・早勢裕明 編著，『中学校数学科　Before&After でみる　実践！全単元の「問題解決の授業」』，明治図書，2020

■本時で目指す子供の姿

今日の授業における「問題解決力・社会協働性」を高めるためのポイント

連続する２つの偶数の積に１を加えた数がどんな数になるのか予想し，予想したことがいつでも成り立つことはどのように証明すればよいのか学級全体で話し合い、それについて学級全体が納得する姿。

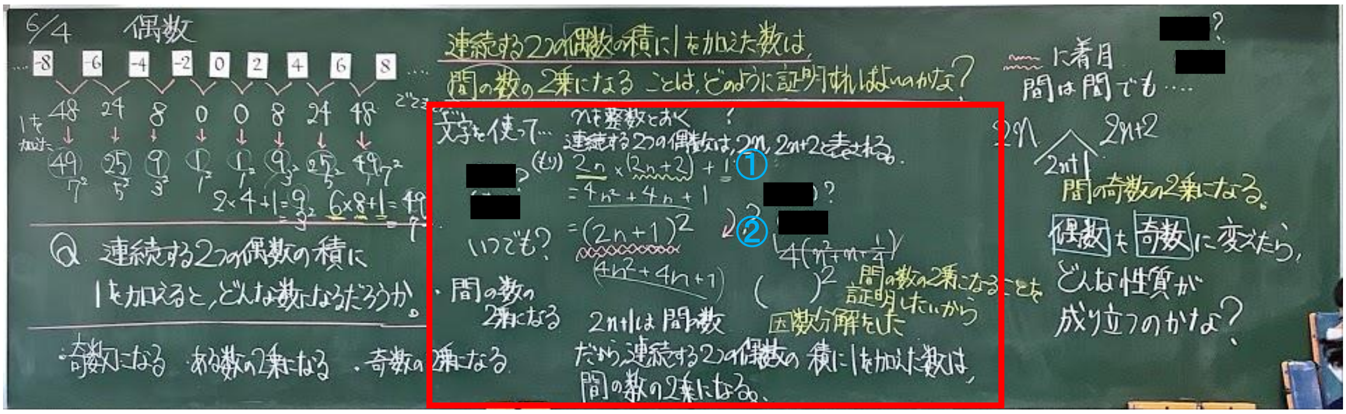
■本時における学び合いのポイント

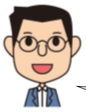
今日の授業における「目指す子供の姿」を実現するための手立て

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する→①，②

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり，式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる→□

板書事前構想

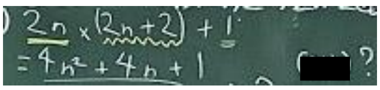



教師

$2n\times(2n+2)+1=4n^2+4n+1$　と式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？

30 秒間個人思考→30 秒間ペア学習→集団思考

ｎを整数として，連続する２つの偶数を 2n, 2n+2 と表したんじゃないかな。



「連続する２つの偶数の積に１を加える」ことは，$2n\times(2n+2)+1$ を計算することを意味しているんだね。

これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？

30 秒間個人思考→30 秒間ペア学習→集団思考

証明したいことが「奇数の２乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を(奇数)^2 という形の式に変形しなければいけないよ。

どうすればいいのかな？

$4n^2+4n+1$ は $(2n+1)^2$ と因数分解できるよ。

2n+1 は奇数を表しているから，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になるんだね。