

# 余りに着目して整数を類別することを通して、 整数の見方を広げ、深める学習

～5年「整数の性質」の実践を通して～

成 田 翔

## I はじめに

次期学習指導要領において算数科の学習では、『『数学的な見方・考え方』を働かせながら、知識・技能を習得したり、習得した知識・技能を活用して探究したりすることにより、生きて働く知識の習得が図られ、技能の習熟・熟達につながる」とともに、より広い領域や複雑な事象を基に思考・判断・表現できる力の育成につながる」と示されている。つまり、「数学的な見方・考え方」を働かせながら、数学的に問題解決する力を育成することが、これからの算数教育に強く求められている。「数学的に問題解決する力」とは、「日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する」「数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする」という二つの問題解決の過程において主体的に取り組む力を指す。これらの問題解決の過程を振り返りながら学びを進めていくことで、複数の考え方から共通点を見いだして一つのものとして捉え直したり、対象を広げて考えたりする力が高まり、資質・能力の育成につながると思った。

そこで、算数科3年次研究のテーマを「問題解決の過程を振り返り、統合的・発展的に考察する力を高める算数科の授業づくり」と設定した。

## II 研究の目的と方法

本研究は、「問題解決の過程を振り返り、統合的・発展的に考察する力を高める算数科の授業づくり」を進めるための効果的な手立てを明らかにすることが目的である。そのために、以下の3点について、授業実践「整数の性質」における児童の様子を基に検証し、分析する。

- ① 統合的・発展的に考察する姿を引き出す指導の工夫
- ② 問題解決の過程を振り返る姿を引き出す指導の工夫
- ③ 統合的・発展的に考察する力を見取る適用問題

なお、研究の対象とした単元の概要は以下のとおりである。

### 1 単元名 「整数の性質」(11時間)

### 2 単元の目標

整数を類別して集合と捉えたり、乗法、除法的な構成に着目して集合を考えたりすることを通して、整数の性質についての理解を深め、様々な場面に活用するとともに、整数の見方を深め、数についての感覚を豊かにする。

### 3 単元の概要

本単元は、乗法や除法に着目し、整数の性質について理解を深めるとともに、学習したことを日常生活に生かすことをねらいとしている。整数を様々な視点による集合として捉え直し、具体的な場面に活用していく中で、数に対する感覚を豊かにしながら、意味理解を図ることができるように単元構成をした。

単元の導入場面である本時では、剰余類に着目して整数を類別していく活動を行った。「2, 4, 6, …が偶数で、1, 3, 5, …が奇数である。」という先行知識をもった児童が多いという実態を踏まえて、本時の指導に当たっては、整数は剰余類に着目すると、いくつかのグループに分けられ、その特別なものとして、偶数、奇数という類別があることをおさえた。剰余類に着目し、整数を類別することを通して、統合的・発展的に考察することで、整数の見方を広げ、深める児童の姿を目指した。



自分の考えを発表する児童の姿

### Ⅲ 結果と考察

#### 1 統合的・発展的に考察する姿を引き出す指導の工夫

##### (1) 結果

教科書では、二組に分けられた整数の特徴を考察することを通して、「偶数は2で割り切れる数」「奇数は2で割り切れずに1余る数」と定義し、偶数、奇数の意味を理解する内容になっている。しかし、場面決定された問題を解き進めていくだけでは、統合的・発展的に考察する力が十分に高まるとは言えないと考える。

そこで本時は、学級を出席番号でチーム分けする問題を提示した。その際、「5年2組を出席番号で□チームに分けましょう。」と一部を隠して提示(写真1)することで、ドッジボールという具体的な場面を想起しながら、考察対象を広げて「もし3チームに分けるなら…」「もし2チームに分けるなら…」と複数場面において統合的・発展的に考察しながら問題解決する姿をねらった。

問題提示をした後、指導者が「何チームに分ける？」と問うと、児童から「2チーム」「3チーム」などの様々な声上がるなか、「9チームに分ける」という発言が出た。すると別の児童がドッジボール場面を想起し、「1チームの人数が少なくなるから適していないんじゃないか。」

(資料1)などと対話が進んでいき、何チームに分ける場面を考えていくのが妥当なのかを定めていった(写真1)。妥当なチーム数として「2, 3, 4, 7チーム」が上がったが、本時では、3チームに分ける場面と2チームに分ける場面の二つを扱った。まずは3チームに分ける場面について、剰余類の見方で類別できることを確認した。その後、指導者が「同じように2チームに分けることもできますか？」と問い掛け、2チームに分ける場面について考えた。

すると、B児はすぐに「2, 4, 6, 8, …」「1, 3, 5, 7, …」と2つのチームに分けていった(資料2)。どのように分けたのかを聞いてみると、「2で割り切れるチームと割り切れなくて1余る2チームに分けた。」<sup>①</sup>と述べていた。B児は事前アンケートで、偶数と奇数の意味について、「偶数は2つとばして2から始まる数、奇数は2つとばして1から始まる数」と答えていたことから、整数の見方に変容が見られたと言える。

さらにB児は、単元末に行った振り返りで、「余りにも気をつけてやってみたら、『どちらが偶数だろう?』とかの問題のとき、はや

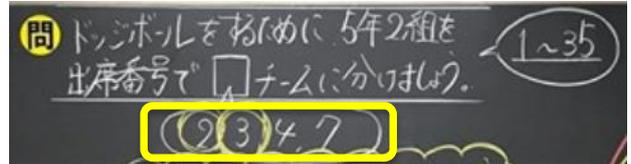
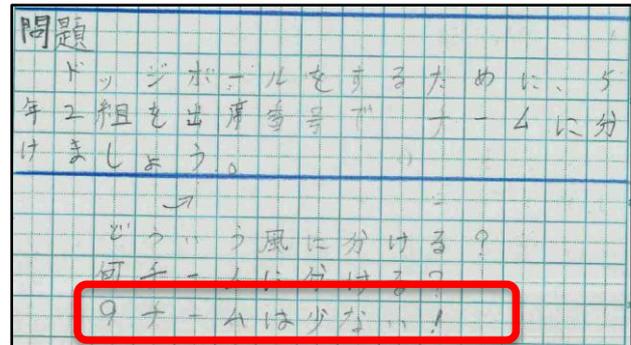
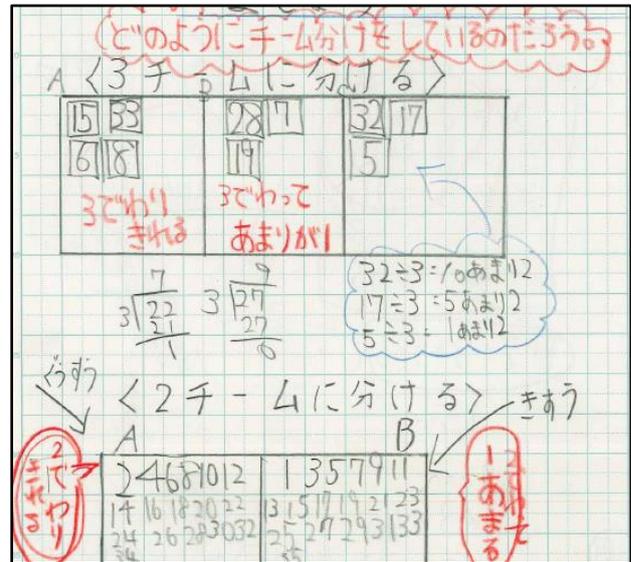


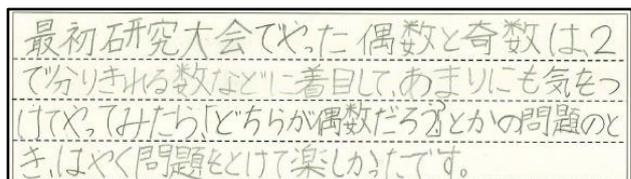
写真1 問題提示の場面における板書



資料1 A児のノート



資料2 B児のノート



資料3 B児の本時に関わる振り返り

く問題をとけて楽しかったです。」と述べている（資料3）。余りに着目して整数を類別していくことのよさを実感していることが分かる。

また、3チームや2チームに分けるという複数の場面について、「ある数で割ったときの余りに着目する」という共通の視点を基にしながらかえていく中で、「4チームに分ける時も4で割ったときの余りを考えたらできる。」「5チームに分ける時も5で割ったときの余りを考えたらできる。」<sup>③</sup>などと発言する児童もいた。3チーム、2チームに分ける場面の考察にとどまらずに、何チームに分ける場合でも同様に考えられるのではないかと統合的・発展的に考察している姿が見られた。

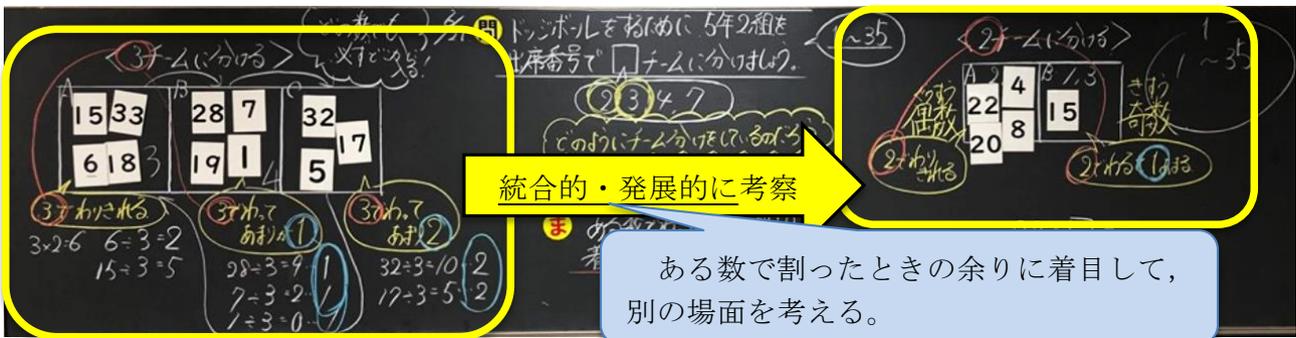
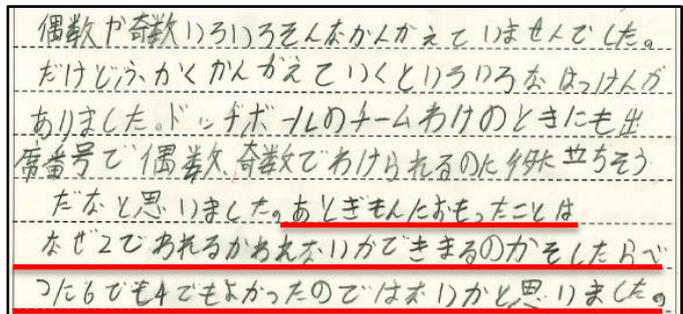


写真2 本時の板書

本時に関わる振り返りでは、C児が「疑問に思ったことは、なぜ2で割れるか割れないかで決まるのか。そしたら別に6でも4でもよかったのではないかと思います。」と記述していた（資料4）。本児に記述の内容に関して詳しく聞いてみると、「2で割る方法だけじゃなくて、6や4で割ったときの余りを見ると、6チームにも4チームにも分けることができると思った。」<sup>④</sup>



資料4 本時に関わるC児の振り返り（下線：筆者）

と答えた。授業では扱っていなかった6チームに分ける場合でも、剰余類の考え方を活用できると考えていた。

## (2) 考察

下線部①に見られるように、児童は3チームに分ける場面で働かせた剰余類の見方を、2チームに分ける場面でも発揮していた。「1, 3, 5, 7, …」「2, 4, 6, 8, …」と、あらかじめ類別された整数を見て、それぞれの特徴を見いだしたのではなく、自ら剰余類に着目して、整数を偶数と奇数に類別していったのである。

また、下線部②, ③では、自ら問題の条件を変えて、統合的・発展的に考察していることが分かる。1つの問題を解決して終わりではなく、考え続けている姿が見られた。このような姿が見られたのは、本時の問題を場面決定されたものにせず、「□チームに分けましょう。」と児童が条件を自由に変えられるように提示したことによると考える。

これらのことから、「□」を使って問題文の一部を隠して提示し、考察の対象を広げることは、統合的・発展的に考察する姿を引き出す上で有効な手立てであると考えられる。

しかし、「□」を使った問題の工夫は、毎時間できるものではない。授業のねらいを達成するためにどのような工夫が必要なのかを吟味していき、統合的・発展的に考察する児童の姿を目指し

て、今後も実践を積み重ねていきたい。

## 2 問題解決の過程を振り返る姿を引き出す指導の工夫

### (1) 結果

統合的・発展的な考察を進めるためには、それまで思考してきたことを随時振り返ることが必要だと考える。本実践では、児童が常に振り返ることができるように、数学的な見方・考え方として価値ある発言を吹き出しなどに書いて黒板に残したり、色チョークで強調したりした。3チームに分ける場合は、3で割った時の余りに着目すればよいことが一目で分かるように板書(写真3参照)しておくことで、2チームに分ける場合について考える時に、黒板を見て振り返りながら考える児童の姿が見られた。

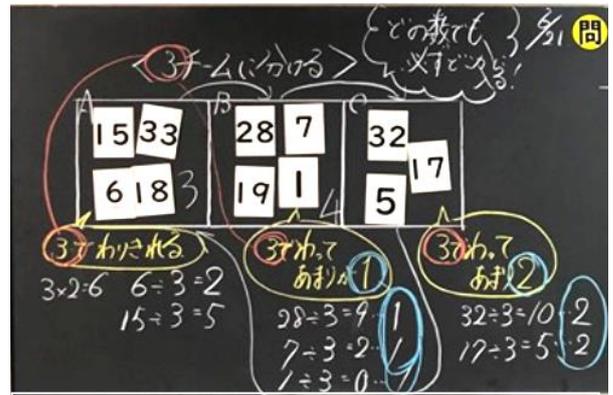


写真3 3チームに分ける場面の板書

また、複数場面における解決方法を確認した後は、「共通する考えは何かな。」と発問し、振り返る場を設定することで、統合を図った(写真4参照)。

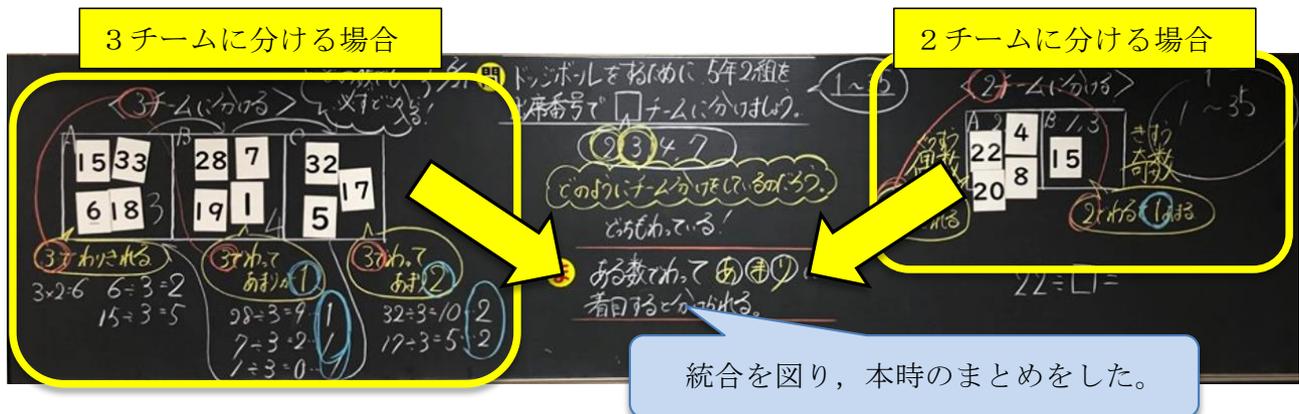
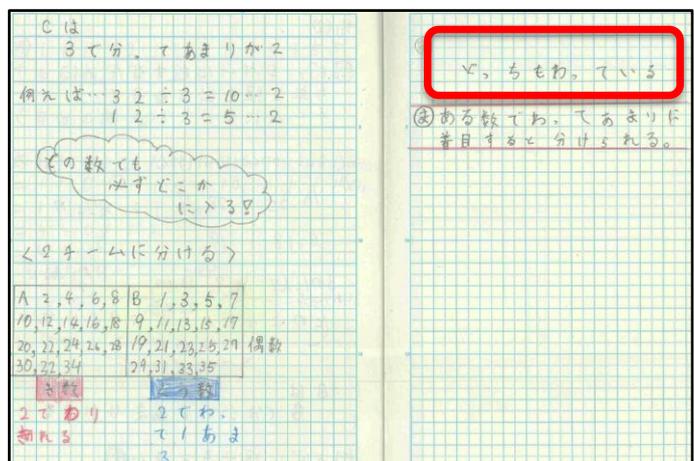


写真4 本時の板書

ただ、指導者の「共通する考えは何かな。」という発問に対し、「どちらも割っている」という除法のみに着目した発言が多く見られ、「ある数で割ったときの『余り』に着目している」という剰余類に着目した発言がスムーズに出てこなかった(資料5)。

そこで指導者が、黒板に「ある数で割って〇〇〇に着目すると分けられる。」と引き出したい言葉を空欄にして提示したり、「割った後は、どこに着目してチーム分けしていったかな?」と補助発問をしたりしながら、まとめへとつなげていった。



資料5 D児のノート

### (2) 考察

2チームに分ける場面について考える際に、思考が停滞している児童もいたが、机間指導の中で、指導者が「何かで割って考えている人がいるね。」「どうしてこの数で割って考えたの?」な

どと、困っている児童に聞こえる声でつぶやいたことで、板書されたものを頼りに、3チームに分けた場面を振り返り、統合的・発展的に考察しながら解決していく姿が見られた。複数の場面について考察できる問題を設定し、本時で働かせたい見方・考え方を板書に残しておくことは、児童の振り返る姿を引き出す上で有効な手立てであると考えられる。

また、まとめの場面において、「共通する考えは何か。」という発問に対して、指導者の求めていた「ある数で割ったときの『余り』に着目している。」という発言が、児童からスムーズに出てこなかった原因は、課題設定にあったと考えられる。本時の課題「どのようにチーム分けしているのだろう。」という文言から、児童はチーム分けをすること自体に強く意識が向いていたと考えられる。そのことにより、「割ればよい」という除法に強く意識がいきなり、それぞれのチームに属している整数の特徴に着目しにくくなってしまったと考えられる。課題に対する捉えが、指導者と児童との間でずれてしまうと、本時のねらいに迫る振り返りができなくなってしまうことが明らかになった。今後は、「問題—課題—まとめ」の整合性をより深く考え、本時の目標に合った課題を設定していく必要がある。

### 3 統合的・発展的に考察する力を見取る適用問題

#### (1) 結果

本時の適用問題は、類別された、ある一つのグループに属する整数を見て、いくつのグループに分けられているのかを求める問題である(資料6)。「22, 15, 8」の3つの整数について、様々な整数で割ったときの余りに着目しながら、統合的・発展的に考察して問題解決する必要がある、やや難易度の高い問題であった。適用問題提示後は、思考が停滞して

**【問題】**  
5年2組を出席番号でいくつかのグループに分けていきます。あるグループを見ると、「22番, 15番, 8番, …」が同じグループになっていました。さて、何グループに分けようとしているでしょうか。



資料6 本時の適用問題

いる児童が多かった。<sup>④</sup>中には、答えが「7グループ」とすぐに分かったものの、どのように考えを書いたらよいか困惑している児童もいた。そこで、本時の学習内容「ある数で割った時の余りに着目して考える」ことに気付いた児童の発言を基に解決の見通しをもたせた。最終的に、66% (23名) の児童が剰余類の考え方で問題を解決することができた。その一方で、11% (4名) の児童が、解決できずに終わってしまった。(資料7)

① $22 \div \square$ $15 \div \square$ $8 \div \square$ □に数を当てはめて考えていき、剰余類に着目して、正解にたどり着いた児童数	② 差に着目して考え、正解にたどり着いた児童数	③ 不正解の児童数
66% (23名)	23% (8名)	11% (4名)

資料7 適用問題の解答状況

資料8は、「 $22 \div \square$ ,  $15 \div \square$ ,  $8 \div \square$ 」と、まずは除法に着目し、本時で学習した剰余類の考え方で問題解決をしていた児童の解答である。□に1から順に数を当てはめていき、余りが全て同じになるものを見つけて、答えを導く児童の姿が見られた。□に2を入れて考えてみると、「 $22 \div 2 = 11 \cdots 0$ ,  $15 \div 2 = 7 \cdots 1$ ,  $8 \div 2 = 4 \cdots 0$ 」となり、余りが異なることから、2グループではないと判断し、他の数を入れて考えてみようという思考の流れが見える。

また、資料9のように、それぞれの整数の差に着目して、問題解決している児童もいた。差による見方も剰余類の考え方の一つではあるが、本時は、「ある数で割った

**【考え方】**

$$22 \div \square = 1 \cdots 0$$

$$15 \div \square = 7 \cdots 1$$

$$8 \div \square = 4 \cdots 0$$

$$17 = 3 \cdots 1$$

$$7 = 2 \cdots 1$$

$$7 = 1 \cdots 1$$

↑

$$22 \div \square = 2 \cdots 1$$

$$15 \div \square = 5 \cdots 0$$

$$8 \div \square = 2 \cdots 2$$

$$22 \div \square = 5 \cdots 2$$

$$15 \div \square = 3 \cdots 3$$

$$8 \div \square = 2 \cdots 0$$

↑

$$5 = 4 \cdots 2$$

$$5 = 3 \cdots 0$$

$$4 = 1 \cdots 3$$

$$3 = 3 \cdots 0$$

$$2 = 1 \cdots 2$$

$$11 = 11 \cdots 0$$

$$7 = 7 \cdots 0$$

$$4 = 4 \cdots 0$$

答え 7 グループ

資料8 ①の考えをした児童の解答

ときの余りに着目する」ことに焦点化した流れの授業だったので、児童が混乱することを避け、本時の中では取り上げずに、次時で確認をした。

22-15=7  
15-8=7

差!

資料9 ②の考えをした児童の解

## (2) 考察

下線部④のような児童が見られたのは、授業の中で、整数を類別する際に、割った後の「余り」に着目させる手立てが十分ではなかったことが考えられる。「それぞれのチームの数の特徴を調べよう。」のように、類別された整数の特徴に着目できるような課題を設定したり、割り切れる場合でも「 $6 \div 3 = 2$  あまり 0,  $22 \div 2 = 11$  あまり 0」のように「余り」を強調したりして、剰余類の考え方を丁寧におさえておく必要があった。資料⑨のような差による考え方については、3チーム、2チームに分ける場面で、整数を数直線に表現し、視覚的に差に着目できるような手立てを取っていれば、授業内で扱うことができ、整数の見方をより広げ、深められたのではないかと考える。また、適用問題の答えが「7グループ」と、答えまでの道のりが長かったことも児童が自信をもって解決できなかった原因だと考えられる。授業の導入場面で、いくつのグループに分けていくのかを話し合った際に、児童から「2, 3, 4, 7チーム」という考えが出ていたので、4チーム、7チームに分ける場面についてもしっかりと触れていれば、適用問題により見通しをもつことができたのかもしれない。いずれにしても、授業展開の仕方が大きな原因だったと考えられる。

## IV まとめ

本研究は、「問題解決の過程を振り返り、統合的・発展的に考察する力を高める算数科の授業づくり」を進めるための効果的な手立てについて、「統合的・発展的に考察する姿を引き出す指導の工夫」「問題解決の過程を振り返る姿を引き出す指導の工夫」「統合的・発展的に考察する力を見取る適用問題」の3つの視点から論じた。本研究における成果と課題を以下に示す。

### 1 成果

- 問題提示の際に、「□」を使って一部分を隠し、考察対象を広げることは、児童の統合的・発展的に考察する姿を引き出す効果的な手立てである。
- 統合的・発展的に考察できる場面を設定することで、一つの問題を解決して終わりではなく、「他の場面ではどうなるかな？」などのように考え続ける姿を引き出すことができた。
- 本時で大切にしたい数学的な見方・考え方を板書したり、複数場面を考察したりすることは、問題の解決過程を振り返る児童の姿を引き出す効果的な手立てである。

### 2 課題

- 児童が統合的・発展的に考察した結果、「何を学んだのか」を自覚するには、本時の目標に整合した課題を設定する必要がある。十分に吟味する必要がある。
- 児童が学びを深められるような適用問題の設定が必要である。また、児童が自信をもって適用問題に取り組むことができるようにするためには、授業改善が必至である。

## V 参考文献

- 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省 東洋館出版社 平成20年8月
- 小学校学習指導要領解説 算数編 文部科学省 日本文教出版 平成29年7月
- 初等教育資料No.966「新学習指導要領の全面実施に向けて 算数科」  
東洋館出版社 平成30年5月
- 算数教育指導用語辞典〔第5版〕 教育出版 日本数学教育学会 編著 平成30年7月
- 算数科 新学習指導要領 改革のキーワードをこう実現する 全国算数授業研究会  
東洋館出版社 平成29年8月
- 小学校新学習指導要領ポイント総整理 算数 清水美憲・齊藤一弥 編著  
東洋館出版社 平成29年9月
- 一復刻版一算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察  
中島健三 東洋館出版社 平成28年8月

# 算数科部会

司会者 金川 一代 (旭川市立近文小学校教諭)

助言者 長谷川順子 (根室教育局義務教育指導班主査)

久保 良宏 (北海道教育大学旭川校教授)

## I 授業の部会から ※主なものを抜粋

### 課題設定について

○本時の課題と指導目標との関係について、どのようにおさえていたのか。

→本時の課題「どのようにチーム分けをしているのだろう」は、指導目標に合わせて言い換えれば、「整数をどのように分けることができるのだろう」になると考えたので、課題と指導目標は整合しているとおさえていた。

○問題と課題とまとめは一貫性をもって授業構築するべきである。本時の課題「どのようにチーム分けをしているのだろう。」であれば、どのようにチーム分けしているのかを見付けるだけの授業(分け方の勉強)になってしまう。もし、剰余類に着目させたいのであれば、「分けられた数の特徴について調べよう」のようになるのではないか。

○「どのようにチーム分けをしているのだろう」という課題提示をした後に、もっと具体的な課題があってもよかったのではないか。課題は一つとは限らない。児童の思考の流れによって、課題が複数生じる場合もある。(1時間の中で、課題1, 課題2, …とあってもよいのではないか。)

○まとめの場面では、児童の中で「ある数で割る」という意識が強く、スムーズに「余り」に着目できなかった。これは、課題が原因だったのではないか。

### 適用問題について

○単純でなく、児童がよく考える問題で、非常に面白い問題であったと思う。剰余類は、整数Aと整数Bの差が割る数の倍数になる。授業の中で数直線を扱い、差に着目した考えを視覚的にイメージさせることで、もう少しすんなりと7グループという答えにたどり着くことができたのではないか。

○答え(7グループ)までの道のりが長かったことも、思考停滞の原因の一つだったかもしれない。

○授業の中で、4グループに分ける場合、7グループに分ける場合についても触れていれば、適用問題の解決につながっていたかもしれない。

○偶数と奇数の意味について理解することが目標であるので、本時の適用問題の設定は適切だったのか。

○ワークシートにどのような記述を求めていたのか。

→論理的に順序よく書くというわけではなく、式や計算など、どのように考えたのか児童がどのように思考したのかが見られればよかった。

### その他の感想や意見

○1時間の中で、3チームに分ける場合と2チームに分ける場合の二つを扱ったことの意味が児童に伝わるようにするべきであった。余り(剰余類)に着目すると、どんな場面にも適用できるというよさを実感させられたらよかった。

○35までの整数だと、数えていけばすぐに類別できてしまう。極端に大きい数を提示して、どちらのチームに入るのかを問うことで、順に振り分けていくことの不便さを感じ、剰余類で考えることの必要感をもたせることができたのではないか。

○余りに着目させるために、割り切れる場合でも、「あまり0」とおさえるべきであった。



## II 助言者からの講評 ※要点のみ

### (1) 長谷川 順子 義務教育指導班主査から

子供たちの姿がとてもよかった。特に「そうそう」「なんで?」「分からない」などの素直なつぶやきが多く、素晴らしかった。

附属旭川小学校で行われている算数の研究は、今求められている授業に根ざしたものになっており、育成すべき資質・能力をどのように育むか、主体的・対話的で深い学びの視点の学習過程の改善に向けて、しっかりと取り組むことができていた。子供たちが前を向いて、「やりたいな」

「分からないな」「学びたいな」という主体性のある授業だった。授業の導入場面で「先生を入れると割り切れるから、○チームに分けられるよ。」「クラスに50人いないから50チームには分けられないよ。」などと、すぐに自分たちの学級に戻って考えている姿、課題を解決したいという思いをもって一時間取り組んでいる姿が見られた。解決できずに困っていても、「ここまでは分かるけど、ここが分からない。」などと、自身の学習理解の状況を、友達と互いに確認し合いながら学びを深めている姿が見られた。このような学びを成立させたのは、本時の目標が明確になっていたからである。また、事前調査から子供の実態を把握して授業を構築し、子供が自分で考えて課題を解決できるような手立てを取っていたことが素晴らしかった。

今後の授業づくりについては、児童一人一人を見取る手立てを考え、既習事項を活用して問題解決する学習経験を積み重ねていき、子供に自分の考えをしっかりとらせることが大切である。また、授業の中で、子供が十分に考える時間、活動させる時間を確保してほしい。



### (2) 久保 良宏 教授から

#### 指導案、授業について

まずは、指導案の書き方について、授業の流れだけでなく、教師が児童に何をさせたいのかを明記する必要がある。また、一つの問題に対して、課題が一つとは限らない。これはあくまで基本形であって、課題が複数生じる場合もあるので、型にはまりすぎてはいけない。

#### 統合・発展について

##### 【具体例】三角形、平行四辺形、台形の求積場面

- 三角形の面積＝底辺×高さ÷2
- 平行四辺形＝底辺×高さ
- 台形の面積＝(上底+下底)×高さ÷2

台形に統合

##### 【台形の上底が0の場合】

$$\begin{aligned} \text{台形の面積} &= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2 \\ &= (0 + \text{底辺}) \times \text{高さ} \div 2 \\ \text{三角形の面積} &= \text{底辺} \times \text{高さ} \div 2 \end{aligned}$$

##### 【台形の上底と下底が等しい場合】

$$\begin{aligned} \text{台形の面積} &= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2 \\ &= (\text{底辺} + \text{底辺}) \times \text{高さ} \div 2 \\ &= (\text{底辺} \times 2) \times \text{高さ} \div 2 \\ \text{平行四辺形の面積} &= \text{底辺} \times \text{高さ} \end{aligned}$$

上記の例において、三角形や平行四辺形、台形、それぞれの面積の公式は、全て台形に統合することができる。これからは、このような考え方が重要視される。

「『統合』は毎時間できるものなのか。」と疑問に思う先生がいるかもしれないが、算数・数学は統合の学問であり、常に複数の事柄が統合され、新しい概念が生まれていくものである。

#### これからの算数・数学教育について

本実践のようなチーム分けの問題は注目されているものだが、子供に「どのようにチームを分けているだろうか。」と問い掛けた時に、「平等に分ける」「勝てるチームを作る」「楽しむチームを作る」などを考えさせていくことが、これからの算数・数学教育に求められていることである。唯一解ではなく納得解、最適解を導くために、算数・数学の授業を通して合意形成を図っていくことが求められてくる。

また、学力・学習状況調査で、計算問題がなくなったことについて、どう思うか。発展的な問題を解くことも大事だが、従来通りの算数も大切にしていかなければならない。

