令和３年度　北海道教育大学教育学部旭川校
編入学試験 問題用紙

教員養成課程 数学教育専攻

注意事項

1．試験開始の合図があるまでは，この問題冊子を開かない。

2．問題用紙は１部，解答用紙は３枚である。

3．試験中に，問題用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどにより交換を必要とする場合は，手を挙げて監督者に知らせる。

4．受験番号は解答用紙の指定欄に記入する。

5．解答は解答用紙に横書きとする。

6．解答用紙のみを提出し，問題用紙は試験終了後持ち帰ること。

専門科目 （１／２）

教員養成課程 数学教育専攻

$\boxed{1}$ $\mathbb{R}^4$ の２つの部分集合

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0,\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 0 \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; x_4 = x_2 + 2x_3 \right\}$$

について，次の各問いに答えよ．(35 点)

問 1　W_2 が $\mathbb{R}^4$ の部分空間であることを示せ．

問 2　$\mathbb{R}^4$ の部分空間 W_2 の基底を１組求めよ．

問 3　$\mathbb{R}^4$ の部分空間 $W_1 \cap W_2$ の基底を１組求めよ．

$\boxed{2}$ 実数の数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ と実数 $\alpha \in \mathbb{R}$ について，次の各問いに答えよ．(35 点)

問 1　$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が α に収束するならば，$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の任意の部分列も α に収束することを示せ．

問 2　$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が α に収束するためには，$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の任意の部分列が α に収束する部分列を含むことが必要十分である．このことを示せ．

問 3　次の主張は誤りである．例を挙げて誤りであることを示せ．

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の任意の部分列が収束する部分列を含むならば，$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は収束する．

問 4　$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の任意の部分列 $\{a_{n_i}\}_{i=1}^{\infty}$ に対して

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} a_{n_i} = \alpha$$

が成立するならば，$\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ であることを示せ．

令和３年度　北海道教育大学教育学部旭川校 編入学試験問題

専門科目 （２／２）

教員養成課程 数学教育専攻

$\boxed{3}$ X, Y, Z を空でない集合とする．このとき，次の各問いに答えよ．(30 点)

問 1　$\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ を X の部分集合の列とし，B を X の部分集合とするとき

$$\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \cap B = \bigcup_{n=1}^{\infty} (A_n \cap B)$$

が成立することを示せ．

問 2　f を X から Y への写像とするとき，次の (i) と (ii) は同値であることを示せ．

(i)　f は単射である；

(ii) Y から X への写像 g が存在して，$g \circ f = I_X$ を満たす．ただし，I_X は X の恒等写像である．

問 3　h を X から Y への写像とし，k を Y から Z への写像とする．このとき，次の (1) と (2) を示せ．

(1)　$k \circ h$ が全射で k が単射ならば，h は全射である．

(2)　$k \circ h$ が単射で h が全射ならば，k は単射である．